

El secret



Una espia descobreix un secret a les 8 del mati. Un quart d'hora més tard (8h. 15') transmet el secret a tres persones, amb la condició de que no ho ha de dir a ningú que no sigui estrictament de confiança.

A dos quarts de 9 del mati (8h 30'), cadascuna d'aquestes tres persones ho ha dit a altres tres sota les mateixes condicions. A tres quarts de 9 del mati (8h. 45) del mati cadascuna de les anteriors persones a tres més (es a dir a 27)

Suposem que aquesta situació es repeteix cada quinze minuts de manera que no hi ha encreuaments (es a dir: que els que reben el missatge no els hi ha dit anteriorment).

¿En quin moment ho sabrà tot Catalunya? ¿ I tot el mon? ¿Té sentit preguntar quanta gent diferent ho sabrà a les 6 de la tarda?

hora	Persones que saben el secret
8 mati	1
8h. 15'	$1+3=4$
8h. 30'	$1+3+3^2=13$
8h. 45'	$1+3+3^2+3^3=40$

Notem que estem davant d'un creixement "exponencial" de manera que al cap de n períodes de 15 minuts ho sabran:

$$1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3^n \cdot 3 - 1}{3 - 1} = \frac{3^{n+1} - 1}{2} \text{ persones}$$

Si en data gener del 2009 Catalunya te censats de l'ordre de 7000000 d'habitants tindrem que $\frac{3^{n+1} - 1}{2} = 7000000$ i per tant $n = 13,9$. Es a dir, de l'ordre de "14 intervals de 15 minuts", estem parlant d'unes 3 hores i 30' . en conseqüència a les 11h 30' ho sabrà tot Catalunya

¿I tot el mon?

En data gener del 2009 es calcula que el planeta Terra te 6790062216 habitants, efectuant els mateixos càlculs anteriors tenim que n es aproximadament 2i per tant estem parlant de 5h 30'; en síntesi tot el mon sabrà el secret a les 13h 30'

Observem que no te cap sentit preguntar quanta gent diferent ho sabrà a les 6 de la tarda.