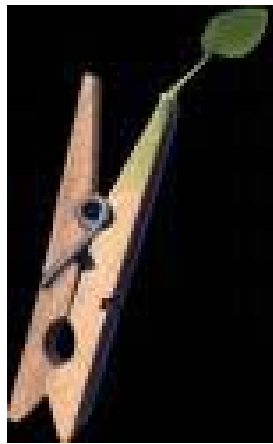


Molles, espirals , agulles d'estendre,.....

SITUACIÓ

Molts objectes quotidians són de la forma com mostren les següent imatges:

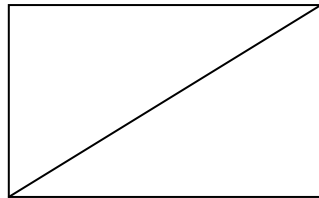


La situació és la recerca d'una estratègia per calcular la longitud de l'espiral.

MODEL MATEMÀTIC

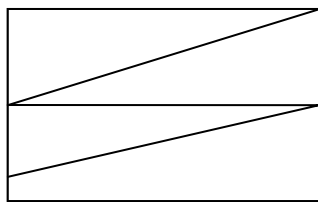
Model geomètric de les espirals

Considerem la següent seqüència de rectangles, d'alçada "h" i costat "a":



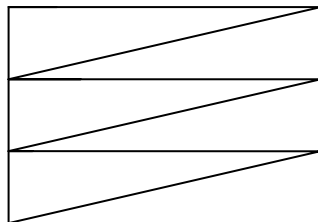
L'alçada de cada costat és h, la hipotenusa serà:

$$\sqrt{h^2 + a^2}$$



L'alçada de cada costat és h/2, la hipotenusa de cada regió serà:

$$\sqrt{(h/2)^2 + a^2}$$

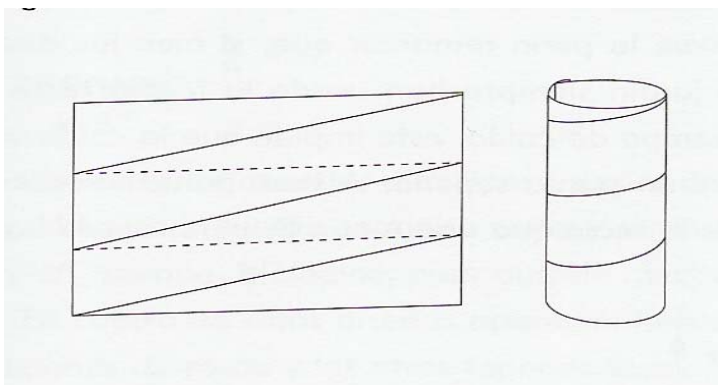


L'alçada de cada costat és h/3, la hipotenusa de cada regió serà:

$$\sqrt{(h/3)^2 + a^2}$$

Reiteradament, si considerem l'alçada dividida entre "n" parts, tindrem que la hipotenusa de cada regió serà:

$\sqrt{(h/n)^2 + a^2}$. Notem que en cada rectangle podem construir un cilindre d'alçada "h" i longitud de la basa "a", per exemple amb el tercer rectangle tenim:



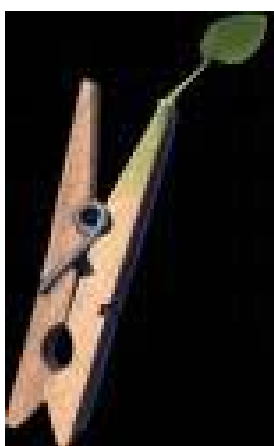
Aleshores, si tenim un cilindre amb “n” espirals, podem dir que és “isomorf” a un rectangle amb tantes regions com espirals té el cilindre. Per tant podem afirmar que per calcular la longitud total de l’espiral n’hi ha prou amb calcular la hipotenusa d’una de les “n” regions i multiplicar-la pel número de regions (número total de voltes completes):

Longitud d’una espiral que dona “n” voltes completes en un cilindre que té per base una longitud “a” = $n \cdot \sqrt{(h/n)^2 + a^2} = n \cdot \sqrt{(h/n)^2 + (2\pi r)^2}$, on “r” és el radi de la base del cilindre i “h” la seva alçada.

Aquest seria **el model matemàtic** que ens proporciona la longitud de l’espiral.

Cas concret de l’agulla d’estendre

Calcularem la longitud de la molla que articula l’agulla



Usant el model tenim:

El número de voltes completes és 7 i les longituds externes a les voltes són 1.5 per cada cantó més 0.7 cada suport, per tant tenim que la longitud és:

$$1.5 * 2 + 0.7 * 2 + 7 * \sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2 + (0.5\pi)^2} = 15.44 \text{ cm}$$

Sense usar el model:



Desfent el filferro de l’agulla i usant una cinta mètrica tenim que la longitud és 15.13; podem observar que el model és bastant aproximat.