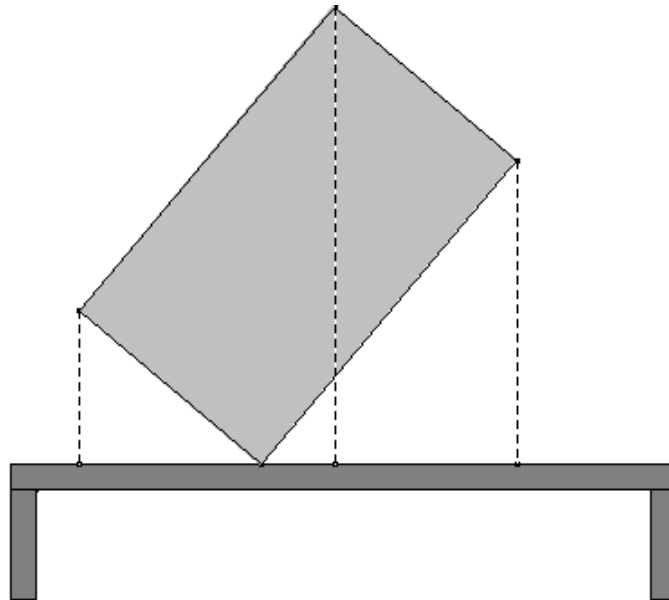


APLICACIÓ DE LES IDEES DE POLYA A ALGUNS EXEMPLES DE PROBLEMES EN L'ÀMBIT DE LA GEOMETRIA

Exemple 1 (1r cicle ESO; treball amb informacions visuals)

Un rectangle de cartró té un vèrtex tocant a una taula. Quina relació hi ha entre les tres altures sobre la taula dels altres tres vèrtexs?



Exemple 2 (1r cicle ESO; treball amb informacions visuals)

Donades les figures 1 i 2 que podeu veure a continuació: a) Quina superfície és més gran, la del quadrat interior o la compresa entre el quadrat interior i el quadrat exterior (fig. 1); b) Quin rectangle és de superfície més gran? (fig. 2)

FIGURA 1

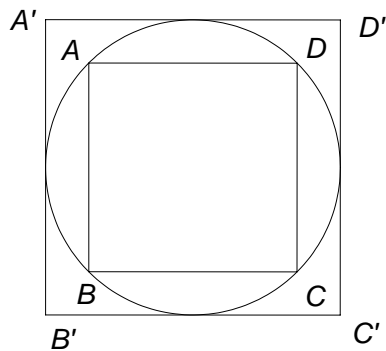
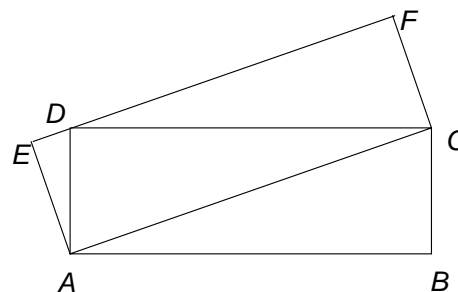


FIGURA 2



Exemple 3 (2n o 3r d'ESO; enunciat tipus prova heurística)

Itinerari explicat

Material necessari: regle mil·limetrat i material de dibuix o programa Cabri.

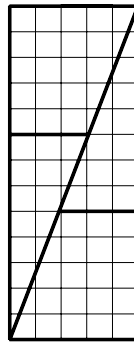
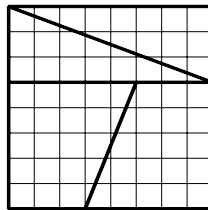
Un cargol surt d'un punt *A* i recorre 128 metres en línia recta en direcció nord. Després gira 90° a la seva dreta en direcció est i recorre 64 metres. Torna a girar 90° a la dreta - ara en direcció sud - i fa 32 metres més. Continua d'aquesta manera, és a dir, girant a la dreta 90° després de recórrer cada cop la meitat de metres, fins que fa 1 metre cap a l'oest i arriba al punt *B*. Feu un dibuix del seu itinerari a escala 1:1000 i calculeu a quina distància es troben els punts *A* i *B*.

A continuació redacteu un enunciat anàleg amb l'itinerari a l'inrevés.

Exemple 4 (2n cicle; paradoxa visual; treball de les suposicions ocultes)

$64 = 65$.

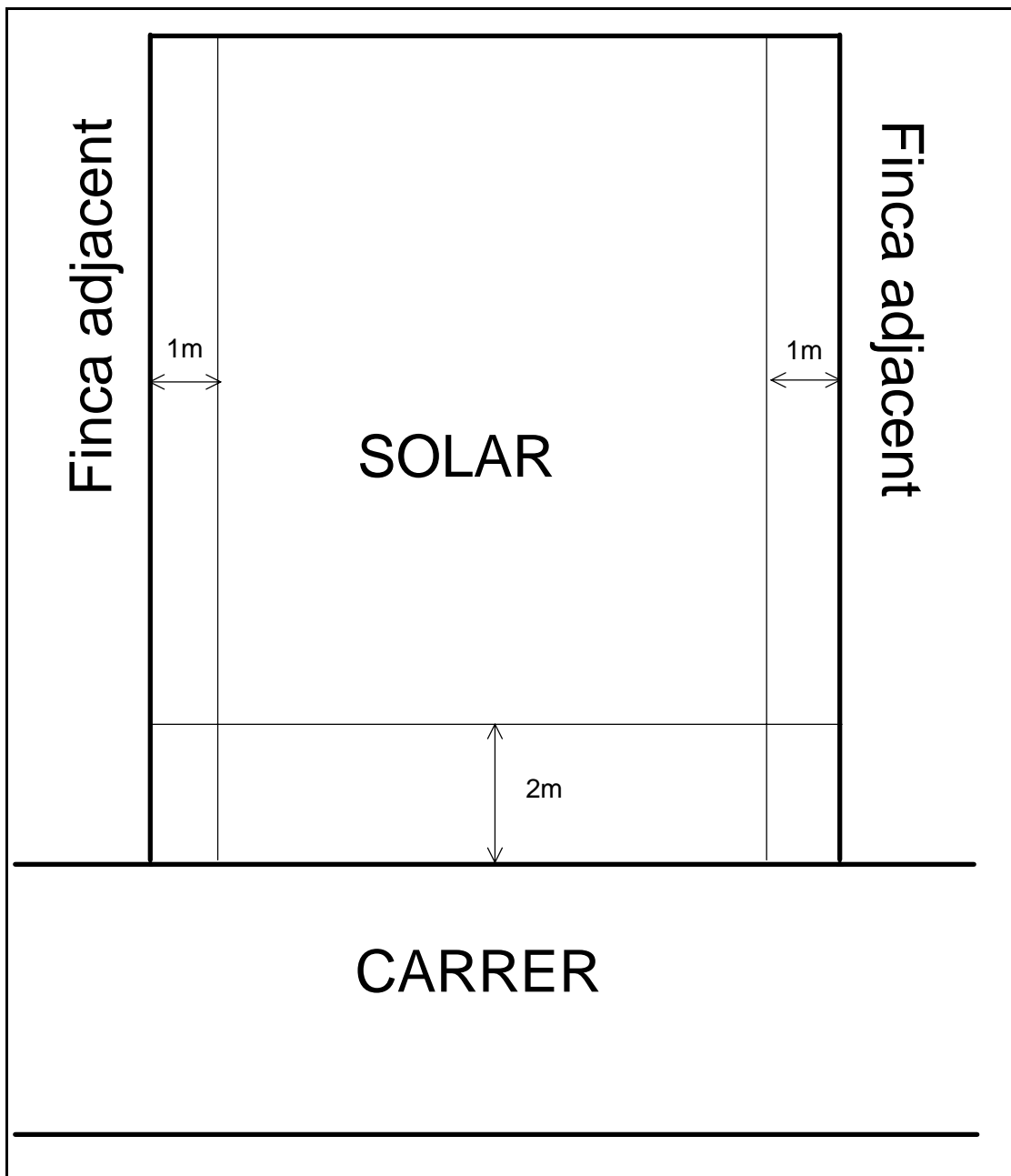
Observeu les figures següents: a primer cop d'ull les quatre peces en què queden dividits el rectangle i el quadrat són iguals ; per altra banda el rectangle conté $5 \times 13 = 65$ quadradets i el quadrat en conté $8 \times 8 = 64$. Què és el que passa?



Exemple 5 (2n cicle d'ESO; treball amb materials)

Entre tots els rectangles de 1 m de perímetre, quin és el d'àrea màxima? (Nota: no es poden emprar les derivades ni el càlcul d'extremes)

Exemple 6 (2n o 3r d'ESO)



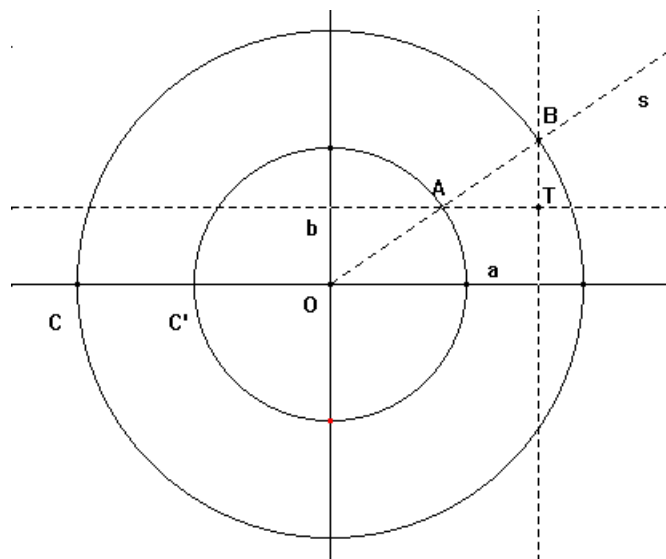
Disposem d'un solar de 120 m² en una zona amb fortes restriccions per a la construcció. Només podem edificar el 50% de la superfície i només podem fer un apartament d'una sola planta. Al davant, a la part que dóna al carrer, cal deixar un mínim de 2m sense edificar; i als costats cal deixar lliure 1m per banda com a mínim. Col·loqueu el vostre apartament de la manera que considereu més interessant a l'espai disponible a partir de la representació a escala que teniu més amunt. A continuació dissenyeu el vostre apartament: indiqueu-hi les portes, les finestres i la distribució interior de tal manera que tingui un bany, una cuina i dos dormitoris com a mínim.

Exemple 7 (3r d'ESO; trobar informacions externes)



Quin nom té aquest políedre? Quants hexàgons i pentàgons el componen? Quantes arestes i quants vèrtexs té? Quant pesaria una pilota de futbol si realment fos d'or?

Exemple 8 (1r batxillerat)



Considereu les circumferències C i C' de centre $O = (0,0)$ i radis a i b amb $a > b$.

1. Preneu una semirecta s d'origen O . Aquesta semirecta talla C en el punt $A = (a_1, a_2)$ i C' en el punt $B = (b_1, b_2)$. Comproveu que el conjunt de punts $T = (b_1, a_2)$ descriuen una el·lipse de semiexos a i b .

2. Estudieu quina relació hi ha d'haver entre a i b perquè es compleixi:

$$\text{Àrea corona circular compresa entre } C \text{ i } C' = \text{àrea el·lipse de semiexos } a \text{ i } b$$

(Indicació: l'àrea d'una el·lipse de semiexos a i b és igual a $\pi \cdot a \cdot b$)

Exemple 9 (1r de batxillerat o 4t d'ESO; treball amb notícies de premsa)

Llegiu la notícia següent y resoleu el problema que es planteja a continuació.

Turistes a l'espai?

Viernes , 21 de enero de 2005.

POR 170.000 EUROS

Galactic Airways ofrecerá vuelos turísticos al espacio en 2007

EUROPA PRESS

MALAGA .- Darse un paseo de tres horas por el espacio será posible en 2007 gracias a la iniciativa de Galactic Airways, la primera compañía privada española de vuelos turísticos al espacio, que ofrecerá viajes en naves espaciales por el módico precio de 170.000 euros por pasajero. La empresa, recientemente constituida, ha precisado en un comunicado que estas naves ascenderán hasta los 100 kilómetros de altura -lo que ya se entiende como espacio- y, durante cinco minutos, sus pasajeros experimentarán la ausencia total de gravedad.

Además, podrán contemplar la Tierra desde fuera de la atmósfera y experimentar «la posibilidad de convertirse en astronauta», según han señalado las mismas fuentes. La duración total de dicho vuelo será de tres horas.

Para ofrecer estos viajes, Galactic Airways está alcanzando acuerdos comerciales con otras compañías del sector espacial y precisa que la empresa promocionará y explotará el turismo espacial de forma privada «en todas sus facetas». Entre ellas, está la posibilidad de creación o apertura de hoteles o pequeñas estaciones espaciales en la baja órbita terrestre, para unas 20 personas en ingravidez, con estancia de varios días.

Com podeu veure, la premsa ja ens parla d'una empresa que ofereix viatges a l'espai. Tot sigui dit, el preu és considerable. crida l'atenció, però, això que et portin a uns 100 km d'alçada amb una nau d'aspecte poc convencional. Voleu dir que es tindrà una imatge inoblidable de la terra amb una gran panoràmica? Quina porció de terra veurem? A quines alçades orbiten el satèl·lits habitualment? Podríeu trobar una fórmula que ens doni la superfície d'esfera terrestre vista en funció de l'alçada del vol o de l'òrbita? Podríeu representar el vol a escala sobre un paper? (indicació: l'àrea d'un casquet esfèric d'altura h és $S= 2\pi Rh$)

Exemple 10 (2n de batxillerat; treball amb materials; petita investigació)

Material necessari: un full DIN A4 i unes tisores

Feu girar un full de paper de mida DIN A4 al voltant del costat petit i calculeu el volum del cilindre que genera. Feu el mateix tot i fent-lo girar al voltant del costat llarg. Què us sembla, sortirà el mateix volum? Calculeu-los.

Com dividiríeu el full de paper amb unes tisores per obtenir un nou rectangle (l'enganxem amb celo) que en girar ens proporcionari un cilindre més voluminós?

Hi ha algun cilindre de volum màxim que es pugui obtenir repetint aquest procés de retallar i enganxar? Justifiqueu les vostres respostes.