

# EL TREBALL DEL CàLCUL MENTAL A L'AULA

## 1. EL CàLCUL MENTAL ALS NOUS CURRÍCULUMS

Extret de: Currículum educació secundària obligatòria – Decret 143/2007 DOGC núm. 4915

### OBJECTIUS

La matèria de matemàtiques de l'educació secundària obligatòria té com a objectiu el desenvolupament de les capacitats següents:

7. Comprendre el significat dels diferents tipus de nombres i de les operacions. Calcular amb fluïdesa, fer estimacions raonables i utilitzar els mitjans tecnològics per obtenir, tractar i representar informació, així com per calcular.

10. Reconèixer la importància de la mesura tant en la vida quotidiana com en el desenvolupament de la ciència i aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiades per a obtenir mesures (de manera directa i indirecta) i fer estimacions raonables, en contextos diversos.

PRIMER CURS	SEGON CURS
<b>NUMERACIÓ I CàLCUL</b> <b>Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Selecció i ús</i> de l'eina més adequada per a calcular amb fraccions, decimals i percentatges (càlcul mental, estimació, calculadora i ordinador, paper i llapis). <i>Argumentació</i> de la selecció.</li><li>• <i>Desenvolupament d'estratègies</i> de càlcul mental i d'estimació de càlculs, i comparació amb els resultats obtinguts a través dels càlculs exactes.</li></ul>	<b>NUMERACIÓ I CàLCUL</b> <b>Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Utilització de les proporcions per a resoldre problemes d'escapes, figures semblants i raons equivalents.</li><li>• Selecció del tipus de nombre més adequat per a cada situació: fracció, decimal i percentatge. <i>Argumentació</i> de la selecció.</li><li>• Selecció i ús de l'eina més adequada per a calcular (càlcul mental, estimació, calculadora i ordinador, paper i llapis). <i>Argumentació</i> de la selecció.</li><li>• Desenvolupament d'estratègies de càlcul mental i d'estimació de resultats de càlculs, i comparació amb els resultats obtinguts a través dels càlculs precisos.</li></ul>
<b>MESURA</b> <b>Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Estimació</i> a vista de mesures d'objectes que ens envolten utilitzant unitats de mesura adequades.</li></ul>	<b>MESURA</b> <b>Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Desenvolupament d'estratègies</i> per a determinar superfícies i volums de cossos de l'espai (prismes, cilindres, piràmides, cons i esferes).</li></ul>
<b>CRITERIS D'AVAUACIÓ</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Resoldre problemes de la vida quotidiana en els que calgui la utilització de les quatre operacions amb nombres enters, decimals, fraccions i percentatges, fent ús de la forma de càlcul més apropiada i valorant l'adequació del resultat al context.</li><li>• Expressar verbalment raonaments, relacions quantitatives i informacions que incorporin elements matemàtics adequats al nivell, valorant la utilitat del llenguatge matemàtic i la seva evolució al llarg de la història.</li></ul>	<b>CRITERIS D'AVAUACIÓ</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• Expressar verbalment, raonaments, relacions quantitatives i informacions que incorporin elements matemàtics, adequats al seu nivell, valorant la utilitat i simplicitat del llenguatge matemàtic i la seva evolució al llarg de la història.</li><li>• Estimar i calcular longituds, àrees i volums d'espais i objectes amb una precisió adequada a la situació plantejada i comprendre els processos de mesura, expressant el resultat de l'estimació o el càlcul en la unitat de mesura més adient.</li></ul>

TERCER CURS	QUART CURS
<b>NUMERACIÓ I CÀLCUL</b> <b>Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ús de la notació científica per a grans nombres i nombres molt petits.</li> <li>• Ús de les TIC per a calcular amb nombres racionals (decimals i fraccions) grans nombres i nombres molt petits.</li> <li>• Selecció i ús de l'eina més adequada per a calcular amb nombres racionals (decimals i fraccions), grans nombres i nombres molt petits (càlcul mental, estimació, recursos TIC, paper i llapis). <i>Argumentació</i> de la selecció.</li> <li>• Desenvolupament d'estratègies de càlcul mental i d'estimació de càlculs amb nombres racionals (decimals i fraccions), grans nombres i nombres molt petits i comparació amb els resultats obtinguts a través de càlculs exactes.</li> </ul>	<b>NUMERACIÓ I CÀLCUL</b> <b>Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ús de les TIC en el càlcul amb nombres racionals i irracionals.</li> <li>• Selecció i ús de l'eina més adequada per a calcular amb nombres racionals i irracionals (càlcul mental, estimació, calculadora i ordinador, paper i llapis). <i>Argumentació</i> de la selecció.</li> <li>• Desenvolupament d'estratègies de càlcul mental i d'estimació de càlculs amb nombres racionals i irracionals i comparació amb els resultats obtinguts a través de càlculs exactes.</li> </ul>
<b>MESURA</b> <b>Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilització d'instruments per a mesurar angles i longituds a la realitat i aplicació a la resolució de problemes per obtenir mesures indirectes, fent estimacions prèvies de les mateixes.</li> </ul>	<b>MESURA</b> <b>Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Anàlisi de la precisió, l'exactitud i l'error en situacions de mesura.</li> </ul>
<b>CRITERIS D'AVALUACIÓ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressar verbalment amb precisió, raonaments, relacions quantitatives i informacions que incorporin elements matemàtics, valorant la utilitat i simplicitat del llenguatge matemàtic i la seva evolució al llarg de la història.</li> <li>• Utilitzar els nombres racionals, nombres molt grans i molt petits, les seves operacions i les seves propietats per a recollir, transformar i intercanviar informació i resoldre problemes relacionats amb la vida diària.</li> </ul>	<b>CRITERIS D'AVALUACIÓ</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilitzar diferents tipus de nombres i operacions, juntament amb les seves propietats, per transformar i intercanviar informació i resoldre problemes relacionats amb la vida diària i amb les altres matèries.</li> </ul>

## 2. CONCRECIÓ I GRADACIÓ DE LES COMPETÈNCIES BÀSIQUES A L'ÀREA DE MATEMÀTIQUES EN L'ÀMBIT DELS NOMBRES I EL CÀLCUL SEGONS LA CONFERÈNCIA NACIONAL D'EDUCACIÓ

El document *Debat sobre el sistema educatiu català. Conclusions i propostes* (Departament d'Ensenyament 2002) recull les conclusions de la secció de competències bàsiques de la Conferència Nacional d'Educació (Barcelona, juny de 2002). És d'especial interès la concreció de 15 competències bàsiques en matemàtiques amb una gradació entre primària i secundària i amb especificacions per avaluar-les.

El document, a la seva introducció, diu el següent:

### Gradació

Les propostes actuals de la matemàtica educativa, sense deixar de banda el caràcter formatiu de l'àrea, accentuen el seu caràcter instrumental. La seva capacitat per produir missatges de forma concisa i sense ambigüitats ha fet que el seu ús s'hagi estès a tots els àmbits de la societat.

La intenció de les competències presentades és que els estudiants esdevinguin persones capaces de fer un ús funcional dels coneixements matemàtics. Algunes de les capacitats que es destaquen són les que desenvolupen les capacitats per analitzar, raonar i comunicar idees de manera efectiva en diferents àrees del coneixement i en diferents situacions.

La proposta de gradació de les competències entre primària i secundària s'ha fet tenint present, sobretot, la maduresa dels nois i noies i el seu progrés en l'aprenentatge de la matemàtica. S'han seleccionat per a primària aquells aspectes que són requisit per continuar aprenent i que l'experiència mostra que una gran part de la població escolar d'aquestes edats pot assolir (s'ha consultat en centres diversos). Al final de l'educació secundària tot l'alumnat hauria d'haver adquirit la competència matemàtica necessària per a la seva vida personal i social i que es recull en la redacció global de les quinze competències.

### Avaluació

En una avaluació de competències bàsiques caldrà tenir en compte els contextos d'aplicació de la matemàtica pròxims a l'alumnat: la seva vida personal, escolar, social i les seves realitats properes. Els ítems a proposar han d'estimular raonaments i argumentacions matemàtics adequats al nivell i permetre diferents estratègies de resolució.

S'ha d'avaluar si els coneixements matemàtics són aplicats de manera creativa i si l'alumne/a mostra criteri a l'hora de valorar informacions de l'entorn que són analitzables des d'un punt de vista matemàtic. Caldria comprovar si l'alumne/a té constància per perseverar en la recerca de solucions quan la situació ho exigeix, com també si té prou flexibilitat per canviar d'estratègia quan la que seguia ha esdevingut estèril.

Després d'aquestes consideracions presentem, al costat de cadascuna de les quinze competències bàsiques d'aquest àmbit, algunes idees d'avaluació que poden ser útils al professorat. Naturalment, els exemples o consideracions proposats reflecteixen aspectes parcials de cadascuna de les competències i no indiquen el nivell perquè el professorat els pugui adaptar a l'etapa de primària o de secundària. Encara que en alguns casos es proposa fer una observació i en d'altres es mostra un exemple d'activitat, insistim en el fet que aquesta és una proposta parcial amb vista a avaluar competències, ja que fóra desitjable organitzar activitats que requerissin la integració de competències de més d'una dimensió i de més d'un àmbit temàtic, a més d'adaptar-les a les particularitats de cada nivell i de cada context educatiu.

El document recull, a continuació, el llistat amb les 15 competències agrupades en els sis àmbits temàtics considerats:

<b>Les competències bàsiques de l'àmbit matemàtic</b>		
<b>Dimensió: nombres i càlcul</b>	<b>Dimensió: resolució de problemes</b>	<b>Dimensió: mesura</b>
1. Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.	5. Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.	9. Mesurar d'una manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
2. Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.	6. Presentar, d'una manera clara, ordenada i argumentada el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.	10. Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.
3. Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.	7. Resoldre problemes que impliquin càlculs percentuals, de l'IVA, del tipus d'interès... relacionats amb l'administració de rendes pròpies.	11. Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums en situacions que ho requereixin.
4. Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.	8. Integrar els coneixements matemàtics amb els d'altres matèries per comprendre i resoldre situacions.	
<b>Dimensió: geometria</b>	<b>Dimensió: tractament de la</b>	<b>Dimensió: atzar</b>

	<b>informació</b>	
12. Emprar el coneixement de les formes i relacions geomètriques per descriure i resoldre situacions quotidianes que ho requereixen.	14. Interpretar i presentar informació a partir de l'ús de taules, gràfics i paràmetres estadístics, i valorar la seva utilitat en la societat.	15. Reconèixer situacions i fenòmens pròxims en què intervé la probabilitat i ser capaç de fer prediccions raonables.
13. Utilitzar sistemes convencionals de representació espacial (maquetes, plànols, mapes...) per obtenir o comunicar informació relativa a l'espai físic.		

Per a cadascuna de les 15 competències considerades es presenta un quadre que proposa una gradació primària-secundària amb pautes d'avaluació. A continuació es presenten els quadres que corresponen a les competències relacionades amb el càlcul mental i els nombres.

<b>Dimensió: nombres i càlcul</b>		
<b>Competència 1: Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.</b>		
<b>Primària</b>	<b>Secundària</b>	<b>Pautes d'avaluació</b>
<p><b>1.1.</b> Comprendre el sistema posicional de l'estructura en base 10 del nostre sistema de numeració. Ser capaç de llegir, escriure, representar, comparar i ordenar nombres naturals, com també fraccionaris i decimals senzills.</p> <p><b>1.2.</b> Interpretar alguns dels usos dels nombres naturals, fraccionaris o decimals en contextos propers.</p> <p><b>1.3.</b> Conèixer la simbologia de les operacions i de les relacions numèriques: =, <math>\neq</math>, &gt;, &lt;, +, -, ·, :, (), a/b, %.</p>	<p><b>1.4.</b> Comparar, ordenar i representar nombres enters i racionals.</p> <p><b>1.5.</b> Interpretar i utilitzar informació expressada en nombres enters i racionals.</p> <p><b>1.6.</b> Conèixer la simbologia de les operacions i escriptures convencionals de les relacions numèriques: [ ], <math>a^n</math>, <math>\sqrt{\quad}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Donat un text al qual correspon informació numèrica diversa (hores, anys, mesures de longitud, mesures de pes, fraccions, costos, etc., però sense els valors numèrics), complementació amb els nombres adequats i amb l'escriptura formal que correspongui.</li> <li>• Lectura de la informació d'una taula de doble entrada; per exemple, informació d'un horari de trens i deducció de l'hora a la qual s'ha d'agafar, a la qual arriba a destinació, si tots els trens tarden el mateix temps, etc.</li> <li>• Donada una notícia de premsa amb informació quantitativa de tant per cent, lectura en profunditat per captar si a l'expressió hi ha errors o no. Per exemple: «Els Estats han decidit dedicar un 0,7% del seu PIB als països del Tercer Món. Vol dir això que es dedicaran al tercer món 7 de cada 100 euros del PIB? Justifica la teva resposta.»</li> </ul>

**Dimensió: nombres i càlcul****Competència 2: Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitatius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.**

<b>Primària</b>	<b>Secundària</b>	<b>Pautes d'avaluació</b>
<p><b>2.1.</b> Conèixer els significats bàsics de la suma i de la resta.</p> <p><b>2.2.</b> Conèixer el significat de la multiplicació com a suma de sumands repetits i com a operador multiplicatiu (triple...).</p> <p><b>2.3.</b> Conèixer el significat de la divisió com a repartiment i com a agrupació (quantas vegades cap una cosa en un lloc).</p> <p><b>2.4.</b> Saber aplicar en contextos familiars les operacions aritmètiques amb nombres decimals i naturals.</p>	<p><b>2.5.</b> Conèixer els diferents usos de les operacions: suma, resta, multiplicació (producte cartesià, proporcionalitat... ) i divisió (raó, fracció...).</p> <p><b>2.6.</b> Saber aplicar les operacions aritmètiques amb nombres enters i decimals fins als mil·lèsims.</p> <p><b>2.7.</b> Conèixer com els operadors (<math>\%</math>, <math>:</math>, <math>;</math>, <math>\sqrt{\quad}</math> ...) estableixen relacions diferents entre els nombres.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Presentació d'una situació quotidiana de compra de béns per a la classe, per al barri o per a la ciutat, considerant diferents aspectes expressats en diversos apartats. L'alumne/a haurà de calcular el cost per cada noi/a o per cada família.</li><li>• Elaboració d'un pressupost per pintar l'escola, buscant informació i valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.</li><li>• Càlcul del cost de fabricació d'un producte (o de cultiu d'un producte agrícola) i valoració del possible preu de venda.</li></ul>

**Dimensió: nombres i càlcul****Competència 3: Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.**

<b>Primària</b>	<b>Secundària</b>	<b>Pautes d'avaluació</b>
<p><b>3.1.</b> Efectuar mentalment les operacions d'addició, subtracció, multiplicació i divisió:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Amb nombres fins a dues xifres</li><li>• Amb nombres significatius (10, 25, 500, 1.000)</li><li>• Amb nombres de tres xifres de manera aproximada</li></ul> <p><b>3.2.</b> Utilitzar estratègies per fer estimacions sobre els resultats de càlcul valorant si són raonables o no.</p> <p><b>3.3.</b> Efectuar amb fluïdesa els algorismes de les operacions aritmètiques amb nombres usuals (fins a 4 xifres).</p> <p><b>3.4.</b> Escollir quin és el mètode més convenient per fer un càlcul determinat: mentalment, algorismes, amb calculadora o amb ordinador.</p> <p><b>3.5.</b> Usar amb facilitat la calculadora per fer càlculs llargs i comprovacions.</p>	<p><b>3.6.</b> Efectuar mentalment les operacions d'addició, subtracció, multiplicació i divisió:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Càlcul mental exacte o aproximat amb enters i decimals</li><li>• Estimació de resultats de més d'una etapa de càlcul</li><li>• Aproximació de fraccions senzilles i càlcul mental aproximat</li><li>• Càlcul mental de percentatges</li></ul> <p><b>3.7.</b> Decidir quin és el mètode més adequat per a la realització d'un determinat càlcul: mentalment, algorismes, amb calculadora o amb ordinador.</p> <p><b>3.8.</b> Saber utilitzar correctament la calculadora, adquirint seguretat i confiança en el seu ús, i valorant críticament els resultats a què s'arriba.</p> <p><b>3.9.</b> Aplicar algorismes de càlcul implementats en fulls de càlcul informatitzats per trobar els resultats d'expressions aritmètiques.</p>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Observació de la tendència de l'alumne/a davant d'un càlcul, si fa una estimació del resultat i si valora de manera adequada quan és necessari un càlcul exacte o una aproximació.</li><li>• Comprovació de l'agilitat en retenir nombres i en fer càlculs mentals amb seguretat mitjançant proves específiques.</li><li>• Valoració de l'ús raonable de la calculadora en funció de la dificultat del càlcul.</li></ul>

<b>Dimensió: nombres i càlcul</b>		
<b>Competència 4: Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin<sup>0</sup></b>		
<b>Primària</b>	<b>Secundària</b>	<b>Pautes d'avaluació</b>
<p><b>4.1.</b> Descobrir la relació multiplicativa entre parells de valors corresponents a dues magnituds en situacions quotidianes (ex.: unitats de compra i el seu valor).</p> <p><b>4.2.</b> Aplicar la funció de proporcionalitat directa com a operador (ex.: fer el triple d'una col·lecció de valors).</p> <p><b>4.3.</b> Efectuar càlculs de percentatges senzills.</p>	<p><b>4.4.</b> Usar les aplicacions immediates de la proporcionalitat aritmètica: percentatges, interessos i descomptes.</p> <p><b>4.5.</b> Trobar la relació de proporcionalitat (directa o inversa) entre parells de valors corresponents a dues magnituds que tinguin aquesta relació.</p> <p><b>4.6.</b> Reconèixer, pels gràfics, les funcions de proporcionalitat directa i inversa.</p> <p><b>4.7.</b> Reconèixer situacions de proporcionalitat geomètrica i saber-les tractar qualitativament (escales).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Presentació de situacions de proporcionalitat directa; per exemple, canvi d'ingredients d'una recepta de cuina en funció del nombre de comensals, i deducció de la informació que calgui.</li> <li>• Davant d'una variació de magnituds físiques d'un fenomen, valoració de si varien proporcionalment i determinació de la variació quantitativament.</li> </ul>

### 3. CÀLCUL MENTAL, CÀLCUL ESCRIT, CALCULADORES

#### Plantejament del problema

A secundària, fins a la implantació de l'ensenyament secundari obligatori, no havia estat gens habitual el treball del càlcul mental amb l'alumnat. El professorat pressuposava que el càlcul mental s'havia treballat a bastament a l'etapa de primària. No era estrany, però, trobar alumnes amb greus mancances que tenien una dependència molt negativa de les calculadores.

Ara mateix, en canvi, amb l'arribada als centre de secundària d'alumnat de 12 anys, el professorat no pot tancar els ulls davant del problema del càlcul mental i cal que hi incideixi amb profusió durant tota l'etapa de secundària obligatòria.

Algunes proves d'avaluació internacionals no han deixat els estudiants de l'estat espanyol massa ben parats pel que fa a les seves habilitats matemàtiques. Els països que millors resultats han obtingut en aquestes proves (els països asiàtics i els de l'est d'Europa) tenen com a característica comuna en els seus plans d'estudi de primària el treball intens del càlcul mental i l'ús gairebé nul de les calculadores.

A més, tothom coincideix a pensar que les habilitats de càlcul mental són fonamentals per a l'accés a la vida adulta.

D'altra banda, l'ús massiu de les calculadores és també un fenomen innegable i l'habilitat en la utilització d'aquests aparells és també necessària per a l'accés a la vida adulta.

Tot això fa que els professionals de l'ensenyament de matemàtiques es trobin davant d'un problema certament complex que, en qualsevol cas cal debatre amb profunditat.

Els algorismes de càlcul escrit, que havien tingut una gran importància en l'aritmètica abans de l'arribada de les calculadores, han experimentat un retrocés molt fort en la seva presència a les etapes d'ensenyament primari i secundari. Paral·lelament, a la societat, pràcticament han desaparegut.

Els ensenyants ens hem de fer tres preguntes: quins algorismes operatius hem d'ensenyar als nostres alumnes?; fins a quin punt els han d'arribar a dominar?; cal prohibir la calculadora en alguns cursos o en alguns crèdits o en algunes unitats didàctiques?

D'altra banda, tothom coincideix a pensar que cal un treball específic amb les calculadores al llarg de l'ensenyament obligatori. L'alumnat s'ha de familiaritzar amb aquestes màquines que no són tan fàcils d'usar com poden pensar a priori. Aprendre a distingir si respecten o no la jerarquia de les operacions (i si fan ús o no dels parèntesis), saber el grau de precisió amb el qual treballen, utilitzar-les correctament quan apareixen nombres que excedeixen la seva capacitat de presentació de dígit, etc. són feines importants que el professorat de matemàtiques (i d'altres àrees) haurà de tractar de manera aprofundida.

A continuació es donen algunes cites per afavorir el debat.

- 1) "Que deberíamos cultivar el arte de pensar en lo que estamos haciendo, es una máxima profundamente errónea repetida en todos los textos y por las personas más eminentes cuando hacen discursos. La verdad es precisamente lo contrario. La civilización avanza ampliando el número de operaciones importantes que podemos realizar sin pensar en ellas." (Alfred North Whitehead)
- 2) "La palabra algoritmo significa procedimiento escrito de cálculo basado en una determinada escritura de signos, dentro de un sistema armónico que ejecuta automáticamente una parte del trabajo mental que nos hace accesibles regiones que nuestra imaginación no podía jamás fácilmente alcanzar, o por lo menos, en que podía extraviarse." (E.Colerus 1959)
- 3) "Es un error creer que un algoritmo describe necesariamente una operación arimética. Hoy en día, con el extendido desarrollo y uso de los ordenadores, la importancia de los algoritmos va más allá del dominio de las propias matemáticas. Instrucciones para manejar una lavadora, o preparar un pastel pueden servir, también, como ejemplos de algoritmos." (Pearla Nesher 1986)
- 4) "Algunas destrezas tales como la división larga son obsoletas. Sólo recomendando que no sea enseñada, se liberaría un tercio del curso de los alumnos rápidos y probablemente un año de los lentos para enseñar otras cosas." (School of mathematics: options for 1990s-1983)
- 5) "Hoy en día el cálculo es personal y no va más allá de aquél que se puede hacer mentalmente, el resto es con calculadora y con esta sólo se escriben los resultados. ¿No es razonable pensar que el niño sólo debería aprender a hacer aquello que no pueden hacer las máquinas o que él puede hacer mejor que ellas?" (Bernardo Gómez Alfonso 1989)
- 6) "No voy a decir que los algoritmos de lápiz y papel no deberían enseñarse, pero sí diré que solamente deberían enseñarse como parte del arsenal de técnicas de que disponemos para ayudar a comprender los números y no porque sean útiles."(Guirling cit. Fielker, 1986)
- 7) "Durant molt de temps el càlcul d'arrels quadrades ha estat un dels martiris més practicats a l'escola. No se sap qui patia més, si el professor o l'alumne. Per sort per a tots dos, les calculadores de butxaca els han evitat aquests patiments." (Grup Zero 1987)

Tots els experts coincideixen a dir que un bon domini del càlcul mental és imprescindible per a l'aprenentatge global de les matemàtiques. A més, és evident que, per incorporar-se a la vida adulta, una bona base d'habilitats de càlcul mental és molt necessària.

El treball del càlcul mental no hauria de ser esporàdic sinó sistemàtic. Una estona diària dedicada a aquesta activitat a les classes de matemàtiques -per exemple en iniciar-les- i, a més, alguna sessió específica poden donar molt bons resultats. D'altra banda, el càlcul mental es presta fàcilment al treball actiu a l'aula, fins i tot en forma de joc (com ara el conegut "Xifres i lletres" de Nathan), amb la qual cosa podem considerar que hi ha certes facilitats metodològiques.

A continuació es presenten algunes cites relatives a la qüestió:

1) "Creemos que la decadencia del trabajo oral y mental en las clases de matemáticas es consecuencia de la falta de reconocimiento de la importancia que el cálculo mental tiene en esta asignatura. Incluso los métodos de cálculo sobre el papel utilizados tradicionalmente se basan en la realización mental de determinadas operaciones."(Informe Cockcroft, 1982)

2) "Aun cuando muchos alumnos descubren por sí mismos que los métodos del cálculo por escrito a menudo no son apropiados para el cálculo mental, consideramos que para muchos otros resultará de gran utilidad que el profesor señale explícitamente y comente en clase los diversos métodos utilizables". ( Informe Cockcroft, 1982)

3) "Este tipo de cálculo (es refereix al càlcul mental) se caracteriza porque:

- Es de cabeza.

- Se puede hacer rápidamente.

- Se apoya en un conjunto limitado de hechos numéricos.

- Requiere ciertas habilidades: conteos, relocalaciones, compensaciones, descomposiciones, redistribuciones, etc., buscando sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos, o más fáciles de calcular."

(del llibre de Bernardo Gómez Alfonso "Numeración y Cálculo" 1993)

4) "Cuando al calculista profesional Zerah Colburn se le pedía multiplicar 21.734 por 543, decía inmediatamente 11.801.562. Al preguntarle cómo lo había hecho, explicó que 543 es igual a 181 veces 3. Y como era más fácil multiplicar por 181 que por 543, había multiplicado primero 21.734 por 3 y luego por 181." (Martin Gardner 1984)

#### **4. PROPOSTA DE TEMARI PER AL TREBALL DEL CÀLCUL MENTAL**

CÀLCUL MENTAL I: SUMES.

CÀLCUL MENTAL II: RESTES.

CÀLCUL MENTAL III: PRODUCTES.

CÀLCUL MENTAL IV: QUADRATS i ARRELS QUADRADES. CUBS. POTÈNCIES DE 10.

CÀLCUL MENTAL V: DIVISIONS.

CÀLCUL MENTAL VI: FRACCIONS.

CÀLCUL MENTAL VII: NOMBRES NEGATIUS.

CÀLCUL MENTAL VIII: DECIMALS.

CÀLCUL MENTAL IX: CONVERSIÓ D'UNITATS.

CÀLCUL MENTAL X: PERCENTATGES.

CÀLCUL MENTAL XI: PETITS PROBLEMES.

CÀLCUL MENTAL XII: EXERCICIS VARIATS. JOCS.

CÀLCUL MENTAL XIII: ESTIMACIÓ DE MESURES.

## 5. ALGUNS EXEMPLES DE MATERIALS PER AL TREBALL DEL CàLCUL MENTAL

Com ja s'ha comentat, convé fer una pràctica sistemàtica del càlcul mental. Hi ha diverses alternatives satisfactòries: per exemple, 15 minuts a la setmana durant tot el curs en un dia fix (els alumnes assumeixen que aquell dia toca càlcul mental); o també, 30 minuts a la setmana durant dos trimestres. El cas és que el càlcul mental no es converteixi en una alternativa esporàdica, pintoresca i sense importància. Si es vol donar rellevància al càlcul mental caldrà tenir-lo en compte en l'avaluació sumativa. En general l'alumnat accepta les activitats de càlcul mental amb una bona motivació (es constata, fins i tot, que un cop hi estan acostumats es queixen si no se'n fa).

És evident que si es fa càlcul mental es deixa de fer una altra cosa i que, atesa la lamentable limitació horària que escanya el professorat de matemàtiques de mala manera, això pot comportar la desagradable sensació que no s'avança correctament en la programació. Tanmateix, si s'ha de retallar alguna cosa, no sembla adequat començar pel càlcul mental.

A continuació es presenten exemples de materials per al càlcul mental a l'ESO. Han estat experimentats satisfactòriament a primer cicle i amb grups d'alumnes amb dificultats de segon cicle. Abans de tot, però, es donen indicacions per a la gestió d'aula.

### ORIENTACIONS REFERENTS A LA DINÀMICA DEL GRUP CLASSE

0. El professor explica un o dos exemples i fa explícita l'estratègia que ha emprat.
  1. El professor fa intervenir oralment els alumnes per torn. Eventualment, demana a un alumne que expliqui als seus companys l'estratègia que ha fet servir.
  2. Convé que tots els alumnes siguin preguntats.
  3. Tanmateix, per mantenir l'atenció de tot el grup, el professor pot demanar el resultat a altres alumnes encara que no sigui el seu torn (d'aquesta manera es pretén que cada alumne faci l'operació pel seu compte i que estigui preparat per respondre).
  4. Si no saben la resposta, el professor els pot ajudar a seguir l'estratègia explicada pas a pas.
  5. En un grup de 20 alumnes s'han de preparar, aproximadament, 80 preguntes (en els exemples que s'exposen aquí s'ha optat per posar menys preguntes) per una sessió de 30 minuts.
  6. És convenient que el professor disposi de les respostes per escrit per tal de poder controlar amb facilitat el funcionament del grup.
  7. Tots els exercicis admeten dues formulacions:
    - a) amb l'enunciat escrit a la pissarra.
    - b) només amb la formulació oral.
  8. Els alumnes no han de fer servir cap instrument per escriure mentre duren els exercicis.
  9. Un mateix càlcul mental es pot executar amb estratègies molt diverses.
  10. Convé que els alumnes expliquin oralment les estratègies que han fet servir.
  11. En acabar la sessió els alumnes han de recollir a les seves llibretes alguna referència escrita sobre les estratègies usades.
  12. El professorat ha de tenir en compte les activitats de càlcul mental per a l'avaluació sumativa.

13. També és possible formular activitats de càlcul mental que s'hagin de fer per escrit: es passen fulls amb un conjunt d'exercicis i es dona un temps per fer-los. Els alumnes no poden emprar les calculadores i no poden fer càlculs escrits.

## EXEMPLE 1

CÀLCUL MENTAL I: SUMES [6 sessions de 15 a 30 minuts cadascuna]

- 1) Dobles
- 2) Sumar múltiples de 10
- 3) Dobles + 1 i dobles +2
- 4) Cercar el 10 o el múltiple de 10
- 5) Sumes de tres o més sumands
- 6) Exercicis variats

### 1) Dobles

5 + 5	7 + 7	8 + 8	9 + 9	10 + 10
11 + 11	12 + 12	13 + 13	14 + 14	20 + 20
15 + 15	16 + 16	17 + 17	18 + 18	30 + 30
33+33	44+44	58+58	71+71	89+89
26 + 26	27 + 27	28 + 28	29 + 29	100 + 100
53 + 53	78 + 78	125 + 125	500 + 500	210 + 210
180 + 180	212 + 212	1000 + 1000	401 + 401	521 + 521
732 + 732	810+810	903+903	1245+1245	5340+5340

.....  
 .....  
 .....

### ESTRATÈGIA EVENTUAL: DISSOCIAR I ASSOCIAR MENTALMENT

Exemples:  $43 + 43 = 40 + 40 + 3 + 3 = 80 + 6 = 86$   
 $78 + 78 = 70 + 70 + 8 + 8$   
 $125 + 125 = 100 + 100 + 25 + 25$

### 2) Sumar múltiples de 10

5 + 10	6 + 20	7 + 40	70 + 80
.....	.....	.....	.....
19 + 10	18 + 20	22 + 50	90 + 60
.....	.....	.....	.....

.....

 $87 + 10$

$97 + 20$

$86 + 40$

$90 + 80$ 

.....

.....

$137 + 40$

$122 + 110$

$196 + 140$

$230 + 100$ 

.....

.....

$273 + 100$

$345 + 200$

$389 + 500$

$456 + 700$ 

.....

.....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: APLICAR MENTALMENT L'ALGORISME DE LA SUMA VERTICAL O ASSOCIAR UNITATS, DESENES, CENTENES, ETC.**

Exemples:  $23 + 40 = 20 + 40 + 3 = 60 + 3 = 63$

$$96 + 50 = (9 + 5) \text{ desenes} + 6 \text{ unitats} = 146$$

### 3) Dobles + 1, dobles + 2

$5 + 6$

$7 + 8$

$8 + 9$

$11 + 12$

$25 + 26$

$32 + 33$

$45 + 46$

$54 + 55$

$87 + 88$

$97 + 98$

$101 + 102$

$234 + 235$

$5 + 7$

$16 + 18$

$33 + 35$

$75 + 77$

$111 + 113$

$235 + 237$

$433 + 435$

$1003 + 1005$ 

.....

.....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: FER MENTALMENT EL DOBLE + 1 O + 2. DISSOCIAR I ASSOCIAR UNITATS, DESENES, CENTENES, ETC.**

Exemples :  $23 + 24 = 23 + 23 + 1 = 46 + 1 = 47$

$$96 + 97 = (9 + 9) \text{ desenes} + (6 + 7) \text{ unitats} = 18 \text{ desenes} + 13 = 193$$

$$125 + 127 = 125 + 125 + 2 = 250 + 2 = 252$$

### 4) Cercar el 10 o el múltiple de 10

$3 + 7$

$2 + 8$

$9 + 1$

$6 + 4$

$23 + 27$

$41 + 39$

$53 + 37$

$123 + 37$

$44 + 37$

$93 + 38$

$67 + 24$

$154 + 47$

$24 + 38$

$87 + 35$

$69 + 33$

$277 + 45$ 

.....

.....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: FER MENTALMENT AGRUPAMENTS QUE PORTIN A UN MÚLTIPLE DE 10**

Exemples :  $51 + 39 = 50 + 1 + 30 + 9 = 50 + 30 + 1 + 9 = 50 + 30 + 10 = 90$

$$44 + 37 = 44 + 36 + 1 = 40 + 4 + 36 + 1 = 40 + 40 + 1 = 81$$

$$276 + 36 = 276 + 34 + 2 = 270 + 6 + 4 + 30 + 2 = 300 + 10 + 2 = 312$$

5) Sumes de tres o més sumands

$3 + 4 + 7 + 5$

$6 + 8 + 5$

$10 + 12 + 15$

$23 + 31 + 7$

$179 + 12 + 21$

$77 + 43 + 45$

$57 + 94 + 43 + 106$

$67 + 24 + 10$

$45 + 25 + 18$

$19 + 23 + 11$

$34 + 26 + 40$

$18 + 90 + 12$

$13 + 27 + 70$

$66 + 14 + 78$

$78 + 22 + 89$

$23 + 32 + 27 + 18$

$14 + 54 + 16 + 26$

$89 + 55 + 11 + 25$

$34 + 78 + 27 + 32$

$89 + 55 + 12 + 16$

$109 + 56 + 13 + 19$

.....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: FER MENTALMENT ASSOCIACIONS QUE PORTIN A UN O MÉS MÚLTIPLES DE 10**

Exemples :  $57 + 94 + 43 + 106 = 57 + 43 + 94 + 106 = 100 + 200 = 300$

$$67 + 24 + 10 = 67 + 23 + 1 + 10 = 90 + 11 = 101$$

$$109 + 56 + 13 + 19 = 109 + 11 + 2 + 56 + 14 + 5 = 120 + 2 + 70 + 5 = 190 + 7 = 197$$

6) Exercicis variats

$1 + 2 + 3$

$1 + 2 + 3 + 4$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5$

$22 + 22 + 22$

$33 + 33 + 33$

$44 + 44 + 12$

$12 + 12 + 13 + 13$

$14 + 14 + 14$

$99 + 99 + 11 + 11$

$6 + 7 + 6 + 7$

$55 + 55 + 10$

$62 + 62$

$1 + 11$

$1 + 11 + 111$

$1 + 11 + 111 + 1111$

$56 + 14 + 10$

$76 + 24 + 34$

$25 + 55 + 70$

$789 + 11$

$567 + 23$

$675 + 125$

$34 + 6 + 24 + 7$

$13 + 13 + 17 + 17$

$18 + 34 + 12 + 16$

$1338 + 12$

$1234 + 16$

$168 + 112$

$1589 + 14$

$890 + 450 + 60$

$678 + 1212 + 110$

.....  
 .....  
 .....

**EXEMPLE 2**

**CÀLCUL MENTAL II: RESTES**

1) Compensacions en el minuend i en el subtrahend

$58 - 19$

$97 - 18$

$88 - 37$

$77 - 29$

$61 - 39$

$114 - 36$

$125 - 48$

$138 - 27$

$154 - 42$

$197 - 29$

$418 - 186$

$512 - 292$

$676 - 387$

$483 - 291$

$521 - 292$

$732 - 375$

$810 - 480$

$943 - 690$

$624 - 295$

$846 - 390$

.....  
 .....  
 .....

<p><b>ESTRATÈGIA EVENTUAL: COMPENSACIÓ PER TROBAR UN MÚLTIPLE DE 10 o DE 100</b></p> <p>Exemples: <math>132 - 47 = 132 + 3 - (47 + 3) = 132 - 50 = 82</math>  <math>533 - 187 = 533 + 13 - (187 + 13) = 546 - 200 = 346</math>  <math>478 - 285 = 478 + 15 - (285 + 15) = 493 - 300 = 193</math>  <math>188 - 92 = 188 + 8 - (92 + 8)</math></p>
--

2) Compensacions en el subtrahend i associació

$58 - 19$

$97 - 18$

$88 - 37$

$77 - 29$

$61 - 39$

$114 - 36$

$125 - 48$

$138 - 27$

$154 - 42$

$197 - 29$

$418 - 186$

$512 - 292$

$676 - 387$

$483 - 291$

$521 - 292$

$732 - 375$

$810 - 480$

$943 - 690$

$624 - 295$

$846 - 390$

.....  
 .....  
 .....

**ESTRATÈGIA EVENTUAL: COMPENSACIÓ DEL SUBTRAHEND AMB EL MINUEND**

Exemples:  $132 - 37 = 100 + 32 - (32 + 5) = 100 - 5 = 95$   
 $863 - 73 = 800 + 63 - (63 + 10) = 800 - 10 = 790$   
 $278 - 85 = 200 + 78 - (78 + 7) = 200 - 7 = 193$

**3) Comptar a partir del subtrahend**

95 - 72	297 - 183	188 - 97	475 - 389	61 - 49
516 - 376	259 - 128	438 - 287	564 - 462	197 - 129
498 - 386	512 - 292	676 - 387	483 - 291	521 - 292
732 - 375	810 - 480	943 - 690	624 - 295	846 - 390

.....  
.....  
.....

**ESTRATÈGIA EVENTUAL: COM SI TORNÉSSIM EL CANVI**

Exemple 1:  $75 - 28 =$  de 28 a 30  $\rightarrow$  2  
de 30 a 70  $\rightarrow$  40  
de 70 a 75  $\rightarrow$  5  
Total: 47

Exemple 2:  $189 - 93 =$  de 93 a 100  $\rightarrow$  7  
de 100 a 189  $\rightarrow$  89  
Total: 96

**4) Agrupem centenes amb centenes, desenes amb desenes, unitats amb unitats**

358 - 145	97 - 68	478 - 376	717 - 249	61 - 35
714 - 360	125 - 48	598 - 297	754 - 342	197 - 129
418 - 286	512 - 292	676 - 387	483 - 291	521 - 292
732 - 375	810 - 480	943 - 690	624 - 295	846 - 390

.....  
.....  
.....

**ESTRATÈGIA EVENTUAL: RESTAR PRIMER LES CENTENES O LES DESENES I DESPRÉS LES UNITATS**

Exemples:  $92 - 37 = 92 - 30 - 7 = 62 - 7 = 55$

$357 - 245 = 357 - 200 - 45 = 157 - 45 = 157 - 40 - 5 = 117 - 5 = 112$

$678 - 165 = 678 - 100 - 65 = 578 - 65 = 578 - 60 - 5 = 518 - 5 = 513$

Hi ha finalment l'estratègia de seguir passos similars als fets en el càlcul escrit.

**EXEMPLE 3**

**CÀLCUL MENTAL III: PRODUCTES [15 sessions de 10 a 15 minuts cadascuna]**

- 0) Repàs de la taula de multiplicar (si cal)
- 1) Com si es tractés de càlcul escrit
- 2) Casos especials:
  - 2.1 Multiplicació per 2
  - 2.2 Multiplicació per 4
  - 2.3 Multiplicació per 10 i  $10^n$
  - 2.4 Multiplicació per 5
  - 2.5 Multiplicació per 25
  - 2.6 Multiplicació per 50, 500 i 5000
  - 2.7 Multiplicació per 9, 99 i 999
- 3) Apliquem la distributiva a partir de l'expressió en base 10
- 4) Apliquem la distributiva cercant un cas especial o una simplificació
- 5) Descomponem i cerquem múltiples de 10
- 6) Activitats i exercicis variats

1) Com si es tractés de càlcul escrit

4 x 13	3 x 61	3 x 95	4 x 54	5 x 24
5 x 11	7 x 81	7 x 93	9 x 34	4 x 24
53 x 3	56 x 8	67 x 9	78 x 6	49 x 6
23 x 5	44 x 8	92 x 3	87 x 4	54 x 5

.....  
.....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: FER MENTALMENT LA MULTIPLICACIÓ IMAGINANT LA DISPOSICIÓ ESCRITA**

Exemples:  $48 \times 7 = [7 \text{ per } 8 = 56 \text{ unitats, a sobre, i } 7 \text{ per } 4 = 28 \text{ desenes, a sota i un lloc a l'esquerra: baixem el 6, sumem el 5 amb el 8, és a dir, 3 i en portem 1, sumem 2 amb aquest 1 i obtenim 336}]$

2) Casos especials: multiplicació per 2, 4, 5, 10,  $10^n$ , 25, 50, 9, 99 i 999.

2.1 Multiplicació per 2

2 x 13	2 x 61	2 x 95	2 x 54	2 x 24
2 x 11	2 x 81	2 x 93	2 x 34	2 x 24
53 x 2	56 x 2	67 x 2	78 x 2	49 x 2
23 x 2	44 x 2	92 x 2	87 x 2	54 x 2
153 x 2	356 x 2	467 x 2	578 x 2	549 x 2
1.223 x 2	1.044 x 2	992 x 2	2.387 x 2	1.354 x 2

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 2 ÉS SUMAR UN NOMBRE AMB ELL MATEIX O FER-NE EL DOBLE (VEGEU DOBLES A L'APARTAT DE SUMA)**

Exemples:  $97 \times 2 = 97 + 97 = 90 + 90 + 7 + 7 = 180 + 14 = 194$

$146 \times 2 = 140 + 140 + 6 + 6 = 280 + 12 = 292$

$248 \times 2 = 240 \times 2 + 2 \times 8 = 480 + 16 = 496$

## 2.2 Multiplicació per 4

4 x 10	4 x 11	4 x 15	4 x 14	4 x 18
4 x 13	4 x 61	4 x 95	4 x 54	4 x 24
4 x 11	4 x 81	4 x 93	4 x 34	4 x 24
53 x 4	56 x 4	67 x 4	78 x 4	49 x 4
23 x 4	44 x 4	92 x 4	87 x 4	54 x 4
4 x 131	4 x 161	4 x 295	4 x 154	4 x 244
4 x 313	4 x 611	4 x 495	4 x 542	4 x 624
4 x 1.130	4 x 1.261	4 x 1.295	4 x 2.540	4 x 2422

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 4 ÉS FER EL DOBLE DEL DOBLE**

Exemples:  $26 \times 4 = 26 \times 2 + 26 \times 2 = 52 + 52 = 104$

$83 \times 4 = 83 \times 2 + 83 \times 2 = 166 + 166 = 332$

$247 \times 4 = 247 \times 2 + 247 \times 2 = 494 + 494 = 988$

$156 \times 4 = 150 \times 4 + 6 \times 4 = 600 + 24 = 624$

### 2.3 Multiplicació per 10 i per potències de 10

10 x 13	10 x 61	10 x 95	10 x 54	10 x 24
10 x 111	10 x 841	10 x 973	10 x 314	10 x 254
53 x 10	56 x 100	67 x 100	78 x 100	49 x 100
223 x 100	444 x 100	992 x 100	837 x 100	554 x 100
2.223 x 100	444 x 1.000	1.992 x 100	8.837 x 100	54 x 1.000
673 x 10.000	444 x 10.000	992 x 10.000	837 x 10 <sup>5</sup>	54 x 10 <sup>5</sup>
1.453 x 1.000	4.444 x 1.000	9.992 x 10.000	8.837 x 10 <sup>5</sup>	5.554 x 10 <sup>5</sup>

.....  
 .....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 10 ÉS EQUIVALENT A AFEGIR UN ZERO AL FINAL DE L'EXPRESSIÓ DECIMAL DEL NOMBRE.  
 MULTIPLICAR PER 100 ÉS EQUIVALENT A AFEGIR DOS ZEROS AL FINAL DE L'EXPRESSIÓ DECIMAL DEL NOMBRE.  
 MULTIPLICAR PER 10<sup>K</sup> ÉS EQUIVALENT A AFEGIR K ZEROS AL FINAL DE L'EXPRESSIÓ DECIMAL DEL NOMBRE.**

Exemples:  $97 \times 10 = 970$

$$146 \times 100 = 14.600$$

$$248 \times 10^5 = 24.800.000$$

### 2.4 multiplicació per 5

5 x 13	5 x 61	5 x 95	5 x 54	5 x 24
5 x 11	5 x 81	5 x 93	5 x 34	5 x 24
53 x 5	56 x 5	67 x 5	78 x 5	49 x 5
23 x 5	44 x 5	92 x 5	87 x 5	54 x 5
103 x 5	126 x 5	167 x 5	178 x 5	139 x 5
223 x 5	244 x 5	252 x 5	237 x 5	244 x 5
333 x 5	556 x 5	767 x 5	878 x 5	949 x 5
2.003 x 5	2.044 x 5	3292 x 5	8.700 x 5	5.444 x 5

.....  
 .....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 5 ÉS MULTIPLICAR PER 10 I DIVIDIR PER 2**

Exemples:  $97 \times 5 = 970 : 2 = 450 + 35 = 485$

$$186 \times 5 = 1.860 : 2 = 500 + 430 = 930$$

$$2.248 \times 5 = 2.000 \times 5 + 248 \times 5 = 10.000 + 2480 : 2 = 10.000 + 1.240 = 11.240$$

**2.5 Multiplicació per 25**

25 x 13	25 x 61	25 x 95	25 x 54	25 x 24
25 x 11	25 x 81	25 x 93	25 x 34	25 x 24
25 x 25	56 x 25	67 x 25	78 x 25	49 x 25
23 x 25	44 x 25	92 x 25	87 x 25	54 x 25
25 x 111	25 x 801	25 x 993	25 x 384	25 x 234
25 x 25 0	568 x 25	679 x 25	768 x 25	419 x 25
2.333 x 25	4.124 x 25	9.902 x 25	8.127 x 25	5.894 x 25

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 25 ÉS MULTIPLICAR PER 100 I DIVIDIR PER 4**

Exemples:  $32 \times 25 = (32 \times 100) : 4 = 3.200 : 4 = (3.200 : 2) : 2 = 1.600 : 2 = 800$

$$46 \times 25 = 4.600 : 4 = 2.300 : 2 = 1.150$$

$$243 \times 25 = 24.300 : 4 = 12.150 : 2 = 6.075$$

**2.6 Multiplicació per 50, per 500 i per 5000**

41 x 50	33 x 50	23 x 50	14 x 50	55 x 50
67 x 50	77 x 50	97 x 50	91 x 50	84 x 50
533 x 50	356 x 50	687 x 50	878 x 50	429 x 50
2.333 x 50	4.674 x 50	9.452 x 50	8.967 x 50	9.554 x 5
500 x 11	500 x 81	500 x 93	500 x 34	500 x 24
123 x 500	516 x 500	617 x 500	708 x 5 00	419 x 500
23 x 5.000	444 x 5.000	92 x 5.000	81 x 5.000	524 x5.000

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 50 ÉS MULTIPLICAR PER 100 I DIVIDIR PER 2; MULTIPLICAR PER 500 ÉS MULTIPLICAR PER 1.000 I DIVIDIR PER 2; etc.**

Exemples:  $97 \times 50 = 9.700 : 2 = 4.850$   
 $146 \times 50 = 14.600 : 2 = 7.300$   
 $248 \times 5.00 = 248.000 : 2 = 124.000$

### 2.7 Multiplicació per 9, 99 i 999

43 x 9	9 x 61	9 x 95	9 x 54	9 x 24
345 x 9	187 x 9	947 x 9	976 x 9	864 x 9
1.253 x 9	8.956 x 9	67 x 99	78 x 99	49 x 99
213 x 99	454 x 99	962 x 99	87 x 999	54 x 999

.....  
 .....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER 9 ÉS MULTIPLICAR PER 10 I RESTAR LA MATEIXA QUANTITAT; MULTIPLICAR PER 99 ÉS MULTIPLICAR PER 100 I RESTAR LA MATEIXA QUANTITAT; etc.**

Exemples:  $97 \times 9 = 970 - 97 = 970 - (70 + 27) = 900 - 27 = 873$   
 $746 \times 9 = 7.460 - 746 = 7.400 - 700 + 60 - 46 = 6.700 + 14 = 6.714$   
 $248 \times 99 = 24.800 - 248 = 24.500 + 300 - 248 = 24.500 + 52 = 24.552$

### 3) Apliquem la distributivitat a partir de l'expressió en base 10

67 x 15	77 x 12	97 x 14	91 x 16	84 x 13
53 x 42	35 x 59	68 x 47	87 x 65	42 x 37
233 x 12	474 x 15	952 x 16	867 x 18	954 x 22
534 x 11	768 x 21	876 x 13	345 x 34	678 x 24
123 x 43	416 x 52	617 x 72	708 x 81	419 x 96

.....  
 .....

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER UN NOMBRE A PARTIR DE LA SEVA EXPRESSIÓ DECIMAL**

Exemples :  $12 \times 47 = 10 \times 47 + 2 \times 47 = 470 + 94 = 564$   
 $26 \times 48 = 20 \times 48 + 6 \times 48 = 960 + (6 \times 40 + 6 \times 8) = 960 + 288 = 1.248$   
 $146 \times 23 = 146 \times 20 + 146 \times 3 = 2.920 + (140 \times 3 + 6 \times 3) = 2.920 + 438 = 3.358$

### 4) Apliquem la distributivitat cercant algun cas especial o una simplificació

67 x 24	77 x 26	97 x 27	91 x 16	84 x 51
53 x 52	35 x 53	68 x 49	87 x 95	42 x 24

233 x 11	474 x 26	952 x 26	867 x 27	954 x 24
534 x 11	768 x 51	876 x 52	345 x 49	678 x 24
123 x 49	416 x 52	617 x 24	708 x 51	419 x 96

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR PER UN NOMBRE TOT I DESCOMPONENT-LO EN SUMA O RESTA QUE SIMPLIFIQUI L'OPERACIÓ**

Exemples:  $14 \times 24 = 14 \times (25 - 1) = 14 \times 25 - 14 = 350 - 14 = 336$

$72 \times 89 = 72 \times (90 - 1) = 72 \times 90 - 72 = (70 \times 90) + (2 \times 90) - 72 = 6.300 + 180 - 72 = 6.408$

$248 \times 26 = 248 \times (25 + 1) = 248 \times 25 + 248 = 24.800 : 4 + 248 = 6.200 + 248 = 6.448$

**5) Descomponem i cerquem múltiples de 10**

55 x 12	22 x 55	32 x 15	42 x 35	36 x 45
14 x 45	35 x 26	34 x 45	84 x 15	44 x 45
240 x 15	222 x 15	52 x 35	86 x 45	75 x 22
125 x 24	125 x 44	625 x 16	625 x 64	625 x 44

**ESTRATÈGIES EVENTUALS: MULTIPLICAR NOMBRES QUE CONTENEN FACTORS QUE DONEN 10 O 100 O 1000 TOT I FENT APARÈIXER AQUESTS VALORS**

Exemples:  $25 \times 48 = 25 \times 4 \times 12 = 100 \times 12 = 1.200$

$45 \times 22 = 9 \times 5 \times 2 \times 11 = 10 \times 99 = 990$

$2.480 \times 55 = 20 \times 124 \times 5 \times 11 = 20 \times 5 \times 124 \times 11 = 100 \times (1.240 + 124) = 100 \times 1.364 = 136.400$

**6) Activitats i exercicis variats**

Activitat 1: multiplicar per 2

Un alumne diu un nombre entre 1 i 9. Els alumnes que el segueixen multipliquen per dos el resultat de l'anterior fins que s'arriba a un nombre més gran que mil.

Exemple:

7, 14, 28, 6, 108, 216, 432, 864 i es comença de nou.

Activitat 2: multiplicar per 3, 4, 5, 6, 7, 8, i 9

Un alumne diu un nombre entre 1 i 9. Els alumnes que el segueixen multipliquen per 3, 4, 5, 6, 7, 8 o 9 el resultat de l'anterior fins que s'arriba a un nombre més gran que mil.

Exemples:

7, 21, 63, 189, 567 i es comença de nou.

8, 48, 288 i es comença de nou.

### Activitat 3: operacions combinades amb resultat 1

El professor o la professora diu un nombre i els alumnes fan les operacions següents per torn:

Si un nombre és parell, el divideixen per dos; si un nombre és senar, el multipliquen per tres i li sumen 1. El resultat final de la sèrie és sempre 1.

Exemples:

14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

15, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

18, 9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

### Exercicis variats: trobeu estratègies per multiplicar per 11 i per 15

14 x 11	15 x 11	78 x 11	92 x 11
34 x 11	46 x 11	98 x 11	192 x 11
55 x 11	65 x 11	73 x 11	122 x 11
14 x 15	15 x 15	78 x 15	92 x 15
34 x 15	46 x 15	98 x 15	192 x 15
55 x 15	65 x 15	73 x 15	122 x 15

### Exercicis variats: expliqueu les estratègies que feu servir

14 x 12	15 x 12	78 x 12	92 x 12
34 x 17	46 x 17	98 x 17	192 x 17
55 x 21	65 x 21	73 x 21	122 x 21
14 x 45	15 x 45	78 x 45	92 x 45

## **EXEMPLE 4**

CÀLCUL MENTAL X: PERCENTATGES.

Quin és el 10% de 670?

Quin és el 15% de 600?

Quin és el 20% de 80?

Quin és el 30% de 200?

Quin és el 40% de 2000?

Quin és el 50% de 1500?

Quin és el 10% de 1670?

Quin és el 25% de 600?

Quin és el 60% de 800?

Quin és el 30% de 1200?

Quin és el 80% de 3000?

Quin és el 50% de 1500?

.....  
.....

### CÀLCUL MENTAL XI: PETITS PROBLEMES.

1. Cada dia dormim 8 hores. Quantes hores estem dormint en un mes?
2. Al súper un kg de tomàquets val 1,5 euros. Quan ens costaran 3 kg?
3. El consum del nostre cotxe és de 7l/100 km. Quanta benzina consumirem per fer un viatge de 500 km?
4. Cada dia consumim 1,5 litres de llet. Quanta llet consumirem en un mes?
5. Una camisa val 50 euros. S'anuncia que fan un descompte del 10%. Quant ens costarà la camisa?
6. Per fer un tractament d'una infecció m'han receptat un antibiòtic. Cada dia he de prendre 3 pastilles. Les caps es que venen contenen 20 pastilles. Quantes caps es he de comprar si el tractament ha de durar 10 dies?

.....  
.....

### CÀLCUL MENTAL XIII: ESTIMACIONS

Feu una estimació de les mesures següents:

1. La superfície d'una pista de bàsquet
2. L'altura d'una casa de 6 pisos.
3. L'àrea de la vostra aula.
4. L'àrea de la vostra taula.
5. L'àrea de Catalunya.
6. L'àrea de la península Ibèrica.
7. El volum de la vostra aula.
8. El volum d'una llauna de CocaCola o similar.

9. Superfícies de la pissarra de l'aula
10. Nombre d'hores de classe de matemàtiques durant un curs sencer a 4t d'ESO
11. Durada d'un vol de Barcelona a París
12. Pes d'una de les cadires de l'aula
13. Durada d'un excursió a peu amb un trajecte de 20 km
14. Diàmetre d'una moneda de 2€
15. Gruix d'una moneda de 2€
16. Pes d'una taronja estàndard
17. Volum d'una pilota de futbol
18. Nombre de minuts de permanència al centre durant tota una setmana escolar normal per a un alumne de 4t d'ESO
19. Pes d'un cotxe utilitari
20. Superfície del camp del Barça
21. Alçada de les torres de la Vila Olímpica de Barcelona
22. Distància de Barcelona a Madrid